

COGNOME E NOME

Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (2-12-2002)

Problema 1 (4 punti: 1 ciascuno ad a,b,c,d)

1) Si fanno due lanci consecutivi di un dado normale. Calcolare le seguenti probabilità:

- a) probabilità che esca due volte 1:
 - b) probabilità che la seconda volta esca il numero doppio di quello che è uscito la prima:
 - c) probabilità che l'esito massimo sia 5:
 - d) probabilità che l'esito minimo sia 5:
-

Problema 2 (4 punti, 2 punti ciascuno) Supponiamo di avere due dadi N e P: N è normale cioè ha scritto sulle facce risp 1,2,3,4,5,6 , P invece ha scritto su due facce il numero 2, su due facce il numero 4 e su due facce il numero 6.

a) Scegliamo a caso uno dei due dadi (con probabilità $\frac{1}{2}$ ciascuno) e lo lanciamo due volte senza sapere se è N o P. Entrambe le volte esce un numero pari. Calcolare la probabilità di aver scelto il dado normale.

- a) probabilità di aver scelto il dado normale:

b) Lanciamo ora contemporaneamente i due dadi (quello normale e l'altro) e indichiamo rispettivamente con p e q i punteggi ottenuti. Sia X la variabile aleatoria $X = p + q$. Calcolare la media di X .

- b) media =
-

Problema 3 (6 punti, 3 punti ciascuno)

Dire se i seguenti integrali impropri sono finiti o infiniti, giustificando in ciascun caso la risposta:

- $\int_1^{\infty} x^{-2} dx$: giustificazione:
 - $\int_1^{\infty} \frac{|\cos x|}{x^2} dx$ giustificazione:
-

Problema 4 (5 punti, 2.5 punti ciascuno) Un test diagnostico con specificità del 95% e sensibilità del 99% viene applicato come screening di massa. Sapendo che per dati epidemiologici è noto che la prevalenza della malattia suddetta all'interno della popolazione è del 5%, calcolare:

- La probabilità di avere la malattia se il test ha dato risultato negativo.
- la probabilità di non avere la malattia se il test ha dato risultato positivo.

Ricordo le definizioni:

Specificità = probabilità che il test dia esito negativo in un soggetto sano; **Sensibilità** = probabilità che il test dia esito positivo in un soggetto malato; **Prevalenza** =

- Risposta 1)
- Risposta 2)

Problema 5 (6 punti:2+2+2)

È data l'equazione differenziale:

$$*)y'(x) = y(x)(2 - y(x))$$

Dire quali tra queste funzioni dipendenti da un parametro costituiscono l'insieme delle soluzioni:

a) $y(x) = \frac{2}{1+C \cdot e^{-2x}}$

b) $y(x) = C \cdot e^{-2x}(1 + C \cdot e^{-2x})$

- Le soluzioni sono:

Trovare poi la soluzione $\bar{y}(x)$ dell'equazione * che soddisfa alla condizione $\bar{y}(0) = 1$. Fare uno schizzo del grafico della soluzione.

- $\bar{y}(x) =$
- Grafico =

Problema 6 (4 punti: 2 punti ciascuno) Definiamo **concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione.**

1) Dati 10 kg. di soluzione concentrata al 12%, calcolare la quantità di soluto da aggiungere perché la nuova soluzione sia concentrata al 20%

2) Sapendo che aggiungendo a una soluzione 100 grammi di soluto si ottiene una soluzione concentrata al 10% e del peso totale di 3 Kg., calcolare la concentrazione iniziale (in percentuale con una cifra decimale per difetto).

- Risposta 1)
- Risposta 2)

Problema 7 (4 punti)

Una variabile aleatoria X è normale di media -1 e deviazione standard 3. Calcolare le seguenti probabilità:

- a) $p\{t \text{ t.c. } 0 < X(t) < 1\} =$
- b) $p\{t \text{ t.c. } -2 < X(t) < 3\} =$
- c) $p\{t \text{ t.c. } X(t) < 2\} =$
- d) $p\{t \text{ t.c. } X(t) = -1\} =$