

# COGNOME E NOME

---

## Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (2-12-2002)

---

### Problema 1 (4 punti: 1 ciascuno ad a,b,c,d )

1) Si fanno due lanci consecutivi di un dado normale. Calcolare le seguenti probabilità:

- a) probabilità che esca due volte 3:
  - b) probabilità che la seconda volta esca il numero triplo di quello che è uscito la prima:
  - c) probabilità che l'esito massimo sia 4:
  - d) probabilità che l'esito minimo sia 4:
- 

**Problema 2 (4 punti, 2 punti ciascuno)** Supponiamo di avere due dadi N e D: N è normale cioè ha scritto sulle facce risp 1,2,3,4,5,6 , P invece ha scritto su due facce il numero 1, su due facce il numero 3 e su due facce il numero 5.

a) Scegliamo a caso uno dei due dadi (con probabilità  $\frac{1}{2}$  ciascuno) e lo lanciamo due volte senza sapere se è N o P. Entrambe le volte esce un numero dispari. Calcolare la probabilità di aver scelto il dado normale.

- a) probabilità di aver scelto il dado normale:

b) Lanciamo ora contemporaneamente i due dadi (quello normale e l'altro) e indichiamo rispettivamente con  $p$  e  $q$  i punteggi ottenuti. Sia  $X$  la variabile aleatoria  $X = p + q$ . Calcolare la media di  $X$ .

- b) media=
- 

### Problema 3 (6 punti, 3 punti ciascuno)

Dire se i seguenti integrali impropri sono finiti o infiniti, giustificando in ciascun caso la risposta:

- $\int_1^{\infty} x^{-3} dx$ : giustificazione:
  - $\int_1^{\infty} \frac{|\sin(x)|}{x^3} dx$  giustificazione:
- 

**Problema 4 (5 punti, 2.5 punti ciascuno)** Un test diagnostico con specificità del 95% e sensibilità del 97% viene applicato come screening di massa. Sapendo che per dati epidemiologici è noto che la prevalenza della malattia suddetta all'interno della popolazione è del 2%, calcolare:

- La probabilità di avere la malattia se il test ha dato risultato negativo.
- la probabilità di non avere la malattia se il test ha dato risultato positivo.

Ricordo le definizioni:

**Specificità= probabilità che il test dia esito negativo in un soggetto sano; Sensibilità= probabilità che il test dia esito positivo in un soggetto malato; Prevalenza=**

- Risposta 1)
- Risposta 2)

---

**Problema 5 (6 punti:2+2+2 )**

È data l'equazione differenziale:

$$*)y'(x) = y(x)(1 - y(x))$$

Dire quali tra queste funzioni dipendenti da un parametro costituiscono l'insieme delle soluzioni:

a)  $y(x) = \frac{C \cdot e^x}{1 + C \cdot e^x}$

b)  $y(x) = C \cdot e^x(1 + C \cdot e^x)$

- Le soluzioni sono:

Trovare poi la soluzione  $\bar{y}(x)$  dell'equazione \* che soddisfa alla condizione  $\bar{y}(0) = 2$ . Fare uno schizzo del grafico della soluzione.

- $\bar{y}(x) =$
- Grafico =

---

**Problema 6 (4 punti: 2 punti ciascuno )** Definiamo **concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione.**

1) Dati 5 kg. di soluzione concentrata al 12%, calcolare la quantità di soluto da aggiungere perché la nuova soluzione sia concentrata al 20%

2) Sapendo che aggiungendo a una soluzione 200 grammi di soluto si ottiene una soluzione concentrata al 20% e del peso totale di 2 Kg., calcolare la concentrazione iniziale (in percentuale con una cifra decimale per difetto).

- Risposta 1)
- Risposta 2)

---

**Problema 7 (4 punti)**

Una variabile aleatoria  $X$  è normale di media -2 e deviazione standard 2. Calcolare le seguenti probabilità:

- a)  $p\{t \text{ t.c. } 0 < X(t) < 1\} =$
- b)  $p\{t \text{ t.c. } -2 < X(t) < 4\} =$
- c)  $p\{t \text{ t.c. } X(t) < 3\} =$
- d)  $p\{t \text{ t.c. } X(t) = -1\} =$