

COGNOME E NOME

Prima Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica 24-10-2002

Problema 1 (6 punti, 2 punti ciascuno) Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2}{(\sin x)^2} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi x^3 + 2}{2x^3 - 2x + 1} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin x)^2 + 1}{2x} =$

Problema 2 (6 punti: 2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-2, 1]$

$$f(x) = \begin{cases} |\log_e(-2x + 2)| & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ kx^2 + \frac{1}{2}k & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

- $k =$
- $x_1 =$
- $M =$
- $x_2 =$
- $m =$

Problema 3 (6 punti, 1.5 punti ciascuno) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = x^{-5} + x^2 + x - 1$ $f'(x) =$

(b) $f(x) = (x^3 + 2)(\pi x^2 + x^3 + 2x - 1)$ $f'(x) =$

(c) $f(x) = \frac{2\pi}{2x - 1}$ $f'(x) =$

(d) $f(x) = \frac{2e^{-3x}}{\sin 3x}$ $f'(x) =$

Problema 4 (5 punti) Tra tutti i parallelepipedi rettangoli con base un triangolo equilatero e con volume di 3 dm^3 trovare quello di superficie totale minima.

- lato di base =
- altezza =

Problema 5 (4 punti) Definiamo concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione

Dati 6 kg. di soluzione concentrata al 30%, calcolare:

- 1) la quantità di solvente da aggiungere per averla concentrata al 20%
- 2) la quantità di soluto da aggiungere per averla al 50%.

- Risposta 1)
- Risposta 2)

Problema 6 (4 punti) In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è lineare mentre sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = -5X + \frac{2}{3}$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere il coefficiente angolare della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = 3e^{-2x}$

- Risposta 1)
- Risposta 2)

Problema 7 (4 punti) In una data regione un'epidemia viene individuata quando ci sono 2^9 casi di quella malattia. Sapendo che il tempo di raddoppio dei casi è di 8 giorni, dire quanti giorni prima c'è stato il primo caso di malattia.

- Soluzione: il primo caso di malattia è stato _____ giorni prima.