

COGNOME E NOME

Soluzioni Prima Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica 24-10-2002

Problema 1 (6 punti, 2 punti ciascuno) Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2}{\sin x} = 0$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi x^2 + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{\pi}{2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin x)^2 + 1}{-2x} = -\infty$$

Problema 2 (6 punti: 2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-1, 2]$

$$f(x) = \begin{cases} |\log_e(-2x + 2)| & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ -2kx^2 - k & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

- $k = -\log_e 2$
- $x_1 = 2$
- $M = 6 \log_e 2$
- $x_2 = 0$
- $m = \log_e 2$

Problema 3 (6 punti, 1.5 punti ciascuno) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) f(x) = 3x^{-2} + x^2 + x - 1 \qquad f'(x) = -6x^{-3} + 2x + 1$$

(b) $f(x) = (x^2 - 1)(\pi x^2 + x^3 + 2x - 1)$
 $f'(x) = (2x)(\pi x^2 + x^3 + 2x - 1) + (x^2 - 1)(2\pi x + 3x^2 + 2)$

(c) $f(x) = \frac{2\pi}{2x - 1}$ $f'(x) = \frac{-4\pi}{(2x - 1)^2}$

(d) $f(x) = \frac{2e^{-3x}}{\sin(3x)}$ $f'(x) = \frac{-6e^{-3x} \sin(3x) - 6e^{-3x} \cos(3x)}{(\sin 3x)^2}$

Problema 4 (5 punti) Tra tutti i parallelepipedi rettangoli con base un triangolo equilatero e con volume di 2 dm^3 trovare quello di superficie totale minima.

- lato di base = 2
- altezza = $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Problema 5 (4 punti) Definiamo concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione

Dato 1 kg. di soluzione concentrata al 30%, calcolare:

- 1) la quantità di solvente da aggiungere per averla concentrata al 20% e
- 2) la quantità di soluto da aggiungere per averla al 50%.

- Risposta 1) 500 grammi
- Risposta 2) 400 grammi

Problema 6 (4 punti) In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è lineare mentre sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = -5X + 2$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere il coefficiente angolare della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = -2e^{2x}$

- Risposta 1) $y = 10^{-5x+2}$
- Risposta 2) La funzione non si può rappresentare perchè assume solo valori negativi e il logaritmo di un numero negativo non esiste.

Problema 7 (4 punti) In una data regione un'epidemia viene individuata quando ci sono 2^9 casi di quella malattia. Sapendo che il tempo di raddoppio dei casi è di quattro mesi, dire quanti mesi prima c'è stato il primo caso di malattia.

- Soluzione: il primo caso di malattia è stato 36 mesi prima.