

# Prova scritta di Istituzioni di Matematiche

13 GIUGNO 2005

**!! Tempo a disposizione 2h e 30'.**

**Esercizio 1 (12 punti).** Studiare la funzione

$$y(x) = \cos\left(\frac{3\pi}{4(1+x^2)}\right)$$

discutendone campo d'esistenza, segno, limiti, eventuali asintoti, monotonia, massimi, minimi. Se ne tracci poi il grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

**Esercizio 2 (9 punti).** Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \arctan\left(\frac{3}{x} + \log x\right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^3+3x} \sin\left(\frac{e^{3x}}{x^3 - x^{-3}}\right),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^6 - \sin x^3}{e^{3x^3} - 1}.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

**Esercizio 3 (8 punti).** Calcolare il campo di esistenza  $A$  e lo spazio immagine  $f(A)$  delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \log(e^x - e^3), \quad f(x) = \frac{1}{|x^2 - 9|} + \sqrt{x}.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

**Esercizio 4 (9 punti).** Determinare il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n^3}{1+n^3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)^{(n+3)}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}.$$