

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Esercizi sugli integrali

1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti di tipo elementare:

$$\begin{aligned} \int \cos x \, dx, \quad & \int (x^2 + x + 1) \, dx, \quad \int 2e^x \, dx, \quad \int 2^x \, dx, \quad \int \frac{4}{1+x^2} \, dx, \\ \int \frac{3}{x} \, dx, \quad & \int \sqrt{x} \, dx, \quad \int \frac{x^2 - 1}{x^2} \, dx, \quad \int (x+1)(3x+1) \, dx. \end{aligned}$$

2) Calcolare i seguenti integrali indefiniti usando la regola di integrazione per parti:

$$\begin{aligned} \int xe^x \, dx, \quad & \int 2x \sin(3x) \, dx, \quad \int x \log x \, dx, \quad \int \arctan(2x) \, dx, \\ \int x \ln^3 x \, dx, \quad & \int x^2 e^{2x} \, dx, \quad \int \frac{\ln \ln x}{x}, \quad \int x \arctan x \, dx. \end{aligned}$$

3) Calcolare i seguenti integrali indefiniti usando la regola di integrazione per sostituzione:

$$\begin{aligned} \int \sin(2x+1) \, dx, \quad & \int (e^x - 3e^{x/2}) \, dx, \quad \int \cos(e^x)e^x \, dx, \quad \int \frac{1}{1+4x^2} \, dx, \\ \int \frac{\log x}{x} \, dx, \quad & \int x e^{x^2} \, dx, \quad \int x^2 e^{x^3} \, dx, \quad \int \frac{\arctan(x/2)}{8+2x^2} \, dx, \\ \int \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \, dx, \quad & \int \frac{\sin(\sqrt{x-3})}{\sqrt{x-3}} \, dx, \quad \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} \, dx, \quad \int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}} \, dx. \end{aligned}$$

4) Calcolare i seguenti integrali indefiniti di funzioni razionali fratte:

$$\int \frac{x}{x^2 - 1} \, dx, \quad \int \frac{x+7}{x^2 - 3x + 2} \, dx, \quad \int \frac{2x+3}{x^2 + 2x + 1} \, dx, \quad \int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1} \, dx.$$

5) Calcolare i seguenti integrali indefiniti (riepilogo):

$$\begin{aligned} \int \frac{2x+1}{x^2+1} \, dx, \quad & \int \frac{x-3}{4x^2+1} \, dx, \quad \int \sin^2 3x \, dx, \\ \int \frac{3e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx, \quad & \int \sin(e^x)e^{2x} \, dx, \quad \int e^x \arctan(e^x) \, dx, \\ \int e^x \sqrt{1+e^x} \, dx, \quad & \int \sin(\ln x) \, dx \quad (\text{difficile}), \quad \int 2 \tan^3 x \, dx \quad (\text{porre } y = \tan x). \end{aligned}$$

6) Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\begin{aligned} & \int_0^2 (3x^2 - 3) dx, \quad \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin(2x) dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx, \\ & \int_1^{\sqrt{e}} \frac{\sin(\pi \ln x)}{x} dx, \quad \int_0^1 (4^{2x} + 2^{3x}) 2^x \log 2 dx, \quad \int_1^e \sqrt{x} \log x dx, \\ & \int_5^6 6(x-5)^5 x dx, \quad \int_0^{(e^3-1)^{1/2}} \frac{6x}{x^2 + 1} dx, \quad \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx. \end{aligned}$$